

論文・解説

26

## 遊星歯車のかみあい伝達誤差連成解析 Coupled Analysis of Transmission Error in a Planetary Gear System

西野 隆之\*<sup>1</sup>  
Takayuki Nishino

### 要 約

本報告ではスター型遊星歯車装置のかみあい伝達誤差の解析方法を提案する。遊星歯車装置は一種の拘束かみあい歯車列である。したがって、数個の遊星歯車と太陽歯車並びに内歯車のかみあいは互いに影響しあう。この影響を考慮し、かみあい伝達誤差の連成解析手法を開発した。そしてこの手法を適用して、かみあい位相と歯面誤差のかみあい伝達誤差およびかみあい起振力へ及ぼす影響について検討した。その結果、順次かみあいは同時かみあいに比較してかみあい伝達誤差およびかみあい起振力の低減において大きな優位性をもつことが示される。この効果は複数の遊星歯車が同一の歯面誤差を持つ場合のみならず、異なる歯面誤差をもつ場合においても期待できる。

### Summary

This paper presents the procedure to simulate the transmission error in a planetary gear of star type. A planetary gear system is a kind of constrained geartrain. Accordingly a number of gear meshes between planet gears and a sun gear or a ring gear affect each others. Therefore a coupled analysis method of the transmission error has been developed. Then this method is applied to study the effects of mesh phasing and tooth surface error on the transmission error and mesh excitation force. As a result, a sequential phasing has a great advantage for reducing transmission error and mesh excitation force compared with a simultaneous phasing. This effect is expected when planet gears have different tooth surface errors from one another as well as homogeneous tooth surface error.

### 1. はじめに

遊星歯車装置は小容積で広範囲の変速比が得られるので、自動車用自動変速機には不可欠である。しかし、歯車騒音の静粛化に対する市場の要求は厳しく、これに対処できる技術の保有が課題である。

これまでに外歯はすば歯車の場合には、歯車騒音の起振源であるかみあい伝達誤差やかみあい起振力の解析について多くの研究がなされ、歯車騒音の低減に貢献している<sup>(1)-(3)</sup>。これに対して、遊星歯車装置の場合には、Katohら<sup>(4)</sup>、城越ら<sup>(5)</sup>、Sundararajanら<sup>(6)</sup>、Palmerら<sup>(7)</sup>の報告しか見当たらない。しかもその多くは歯の弾性や歯面誤差の影響を簡略化しており、一対の外歯はすば歯車の場合ほどには緻密な解析は行われていないようである。

遊星歯車装置は複数の遊星歯車が太陽歯車および内歯車と同時にかみあう拘束かみあい歯車列なので、すべてのかみあいが互いに影響しあう。そこで筆者は各歯車のかみあいを連成させた伝達誤差解析手法を開発中である。本報告では、第1報として、解析手法について述べると同時に、かみあい位相差<sup>(1)</sup>や歯面精度の影響についての解析例を報告する。

なお今回は、次の条件のもとに解析を行った。

- (1) キャリアの回転は固定とする(スター型)
- (2) 各部品の中心は移動しない<sup>(5)</sup>。
- (3) 内歯車本体やキャリアは剛体として扱う。

### 2. かみあい伝達誤差連成解析手法

本章では、かみあい伝達誤差の連成解析方法の定式化と

\*1 パワートレイン技術開発部  
Powertrain Technology Development Dept.

コンピュータプログラムについて述べる。

2.1 かみあい位相差

連成解析を行うには、かみあいの開始・終了に関する歯車間の相対的な進み・遅れ量を正確に把握する必要がある。Fig.1に示す配置角  $\rho_p$  の位置にある遊星歯車# $p$  ( $p = 1, \dots, N$ ) と太陽歯車のかみあいは、遊星歯車#1と太陽歯車のそれに対して次式で示す位相差を持つ。

$$t_{p,1} = \frac{\theta_p - \pi/2}{2\pi/Z_1} - \text{int} \left( \frac{\theta_p - \pi/2}{2\pi/Z_1} \right) \quad (1)$$

ここに $Z_1$ は太陽歯車の歯数である。同様に、遊星歯車# $p$ の裏歯面と内歯車のかみあいの、遊星歯車#1と太陽歯車のそれに対する位相差は

$$t_{p,2} = \frac{\theta_p - \pi/2}{2\pi/Z_3} - \text{int} \left( \frac{\theta_p - \pi/2}{2\pi/Z_3} \right) + t_R \quad (2)$$

で求まる。ここに $Z_3$ は内歯車の歯数である。また、 $t_R$ は内歯車と遊星歯車の裏歯面のかみあいの、太陽歯車と遊星歯車の表歯面のそれに対する位相差であり、次式で求まる。

$$t_R = \frac{-i\pi/Z_2 + \chi_2 + \text{inv} \alpha_1 + \text{inv} \alpha_2}{2\pi/Z_2} \quad (3)$$

ここに $Z_2$ は遊星歯車の歯数； $i$ は $Z_2$ が奇数のとき1、 $Z_2$ が偶数のとき2の値をとる； $\chi_2$ は遊星歯車の基礎円上のスペース角； $\alpha_1$ は太陽歯車と遊星歯車間のかみあい圧力角； $\alpha_2$ は内歯車と遊星歯車間のかみあい圧力角である。

以上によって、それぞれの歯車の作用線上における接触線の相対的位置が求まる。ただし、 $t_{p,1}$ 、 $t_{p,2}$ および $t_R$ は1歯分のかみあい周期で基準化している。

2.2 遊星歯車におけるかみあい伝達誤差

Fig.2において $LOA_{p,1}$ および $LOA_{p,2}$ は、それぞれ遊星歯車# $p$ と太陽歯車間および遊星歯車# $p$ と内歯車間の作用線である。そして、 $\rho_{p,1}$ を遊星歯車# $p$ の太陽歯車に対する遅れ角を $LOA_{p,1}$ 上の並進距離に換算した値、 $\rho_{p,2}$ を内歯車の遊星歯車# $p$ に対する遅れ角を $LOA_{p,2}$ 上の並進距離に換算した値とすると

$$= \rho_{p,1} + \rho_{p,2} \quad (4)$$

は内歯車の太陽歯車に対する遅れ角を作用線上の並進距離に換算した値であり、すべての遊星歯車で同じ値となるはずである。を総合かみあい伝達誤差と定義する。

2.3 定式化

ある回転位置における一本の接触線上の分布荷重は、久保<sup>8)</sup>によって与えられた一対のはずば歯車の場合の基本式

$$\int_{L_{j,p,q}} K_b(x_{j,p,q}, \xi_{j,p,q}) p_{j,p,q}(\xi_{j,p,q}) d\xi_{j,p,q} + K_c(x_{j,p,q}) p_{j,p,q}(x_{j,p,q}) = \{ \Delta_{p,q} - e_{j,p,q}(x_{j,p,q}) \} \cos \beta_b \quad (5)$$

(where  $p = 1, \dots, N$ ;  $q = 1, 2$ ;  $j_{p,q} = 1, \dots, n_{p,q}$ )

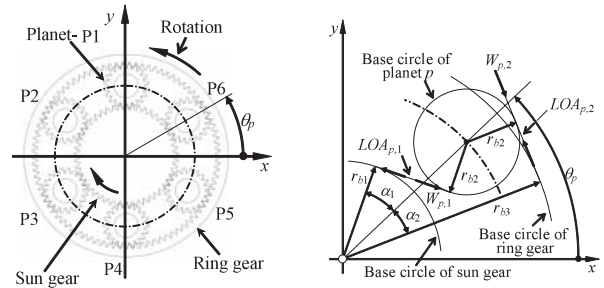


Fig.1 Arrangement of Pinions Fig.2 Line of Actions

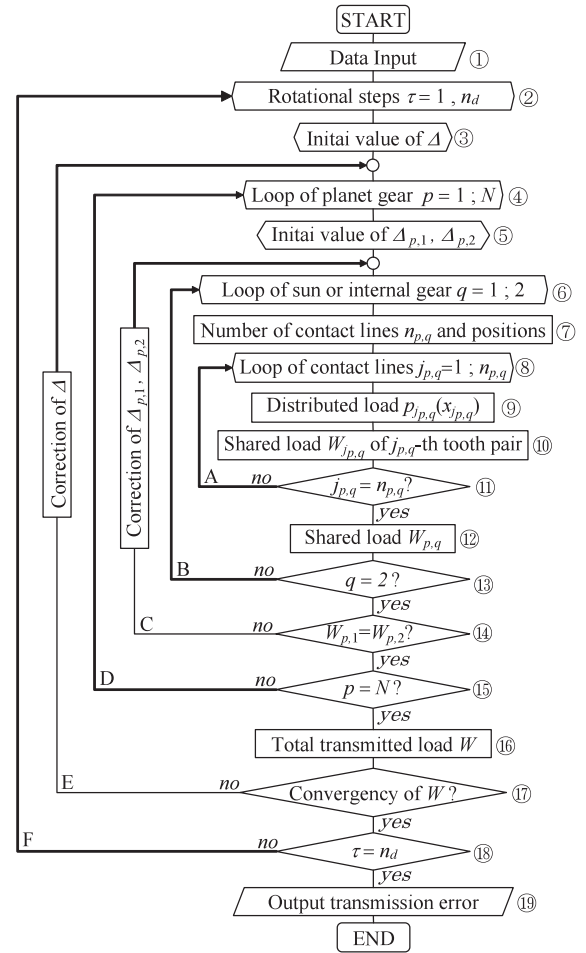


Fig.3 Flowchart of Numerical Procedure

と以下の式を連立させ、式(4)の条件下で解くことによって求まる。

$$W_{p,1} = W_{p,2} \quad (p = 1, \dots, N) \quad (6)$$

$$W = \sum_{p=1}^N W_{p,1} = \sum_{p=1}^N W_{p,2} \quad (7)$$

ただし

$$W_{p,q} = \sum_{j_{p,q}}^{n_{p,q}} \int_{L_{j_{p,q}}} p_{j_{p,q}}(\xi_{j_{p,q}}) \cos \beta_b d\xi_{j_{p,q}} \quad (8)$$

ここに添え字 $p$ は遊星歯車の番号； $q=1$ は遊星歯車と太陽歯車のかみあい； $q=2$ は遊星歯車と内歯車のかみあいを表す。つまり、添え字 $(p,q)$ は対象とする歯車対を表す。

また、 $n_{p,q}$ はこの相対回転位置において同時にかみあう歯車対( $p,q$ )の接触線の数; $j_{p,q}$ は接触線の番号; $L_{j_{p,q}}$ は接触線上での実接触領域; $X_{j_{p,q}}$ は接触線上でのたわみ測定点の座標; $j_{p,q}$ は接触線上での荷重作用点の座標; $Kb(X_{j_{p,q}}, j_{p,q})$ は歯対の曲げせん断たわみの影響関数<sup>(9)</sup>; $Kc(X_{j_{p,q}})$ は接触による歯面間の接近量の影響関数<sup>(8)</sup>; $P_{j_{p,q}}(j_{p,q})$ は接触線上での分布荷重; $e_{j_{p,q}}(j_{p,q})$ は接触線上での合成歯面誤差; $b$ は基礎円筒上のねじれ角; $W_{p,q}$ は歯車対の分担荷重(Fig.2); $W$ は作用線方向の伝達荷重である。

2.4 数値解法

Fig.3にコンピュータプログラムのフローチャートを示す。この手順はA~Fまでのループで構成される。以下、各ループでの作業の概要を示す。

ループA:ステップ③で設定したの初期値のもとに式(5)を解いて歯車対( $p,q$ )の一本の接触線上における真実接触領域と分布荷重を求め、この歯対の分担荷重を計算するループ<sup>(3)</sup>。接触線の位置は、ステップにて、式(1),(2)で求まる位相差を考慮して決定されている。

ループB:一つの遊星歯車の太陽歯車および内歯車とのかみあいに関するループ。このループの終了時点で、与えられた、 $p_1, p_2$ に対する分担荷重 $W_{p,1}, W_{p,2}$ が求まる。

ループC: $p_1$ と $p_2$ を決定するループ。 $p_1$ と $p_2$ の初期値は、ステップ⑤にて、式(4)を満足するようにを振り分けることによって与えられている。ループBで求めた分担荷重 $W_{p,1}, W_{p,2}$ は $p_1$ と $p_2$ の初期値に対して得られるものであり、式(6)を満足しない。そこで、ニュートン法によって $p_1$ と $p_2$ を修正する。こうして新たな $W_{p,1}, W_{p,2}$ が式(6)を満足するまで収束計算を続ける。ここで、収束条件は $|W_{p,1} - W_{p,2}| / (W/N) < 1 \times 10^{-4}$ とした。

ループD:以上の手順をすべての遊星歯車について繰り返すループ。このループの終了時点で、初期値として与えたに対する伝達荷重 $W$ が求まる。

ループE:ステップにて求めた伝達荷重 $W$ が入力値 $W_i$ に等しくなるようにを決定するループ。ステップで求まる $W$ はの初期値に対して得られるものであり、 $W_i$ には等しくない。そこでをニュートン法によって修正する。ここで収束条件は $|W_i - W| / W_i < 1 \times 10^{-4}$ とした。このループの終了時点でこの回転位置におけるかみあい伝達誤差 $p_1, p_2$ およびが決定される。

ループF:ループA~Eをすべてのかみあい位置について繰り返し、 $p_1, p_2$ およびを決定するループ。

3. かみあい起振力

本章では、遊星歯車装置特有のかみあい起振力の定式化について述べる。第2章の定式化では、歯車は静的に荷重を伝達しているものとしている。本章では、歯車は動的な状態にあり、6自由度の運動を行うものとする。

歯車対( $p,q$ )の歯面法線方向の動的分担荷重 $F_{p,q}^n$ は次式

で与えられる( $F_{p,q}^n$ は駆動歯面の外向き法線方向が正)

$$F_{p,q}^n = -k_{p,q}^n X_{p,q}^n + \bar{W}_{p,q}^n \phi_{p,q}^n \tag{9}$$

ただし

$$\phi_{p,q}^n = \sum_{j_{p,q}=1}^{n_{p,q}} k_{j_{p,q}}^n \min e_{j_{p,q}}^n / \bar{W}_{p,q}^n \tag{10}$$

である。ここに $k_{p,q}^n$ は歯の合成ばね定数; $k_{j_{p,q}}^n$ は歯対 $j_{p,q}$ のばね定数; $X_{p,q}^n$ は代表点における駆動および従動歯面の法線方向の動的相対変位; $W_{p,q}^n$ は静的分担荷重; $\min e_{j_{p,q}}^n$ は歯対 $j_{p,q}$ の合成歯面誤差の最小値である。ただし以上の諸量の上付き添え字 $n$ は歯直角値を意味する。

式(9)に現れる変数はかみあいの進行に伴って定常値のまわりで微小変動するものとし、次のように表す。

$$\left. \begin{aligned} F_{p,q}^n &= -\bar{W}_{p,q}^n + (\tilde{F}_{p,q}^n - \tilde{W}_{p,q}^n) \\ k_{p,q}^n &= \bar{k}_{p,q}^n + \tilde{k}_{p,q}^n \\ X_{p,q}^n &= \bar{X}_{p,q}^n + \tilde{X}_{p,q}^n \\ \phi_{p,q}^n &= \bar{\phi}_{p,q}^n + \tilde{\phi}_{p,q}^n \end{aligned} \right\} \tag{11}$$

ただし、上式の右辺第一項は定常値、第二項は微小変動を表す。これらの中で分担荷重に関しては、後述のごとく静的な伝達荷重がかみあいの進行に伴って変動することを考慮し、上式のように表した。これらを式(9)に代入し、誤差に関する高次項を省略し、変動項のみ残すと次式を得る。

$$\tilde{F}_{p,q}^n = -\bar{k}_{p,q}^n \tilde{X}_{p,q}^n + [\bar{W}_{p,q}^n \{\tilde{\phi}_{p,q}^n - \tilde{\kappa}_{p,q}^n (1 + \bar{\phi}_{p,q}^n)\} + \tilde{W}_{p,q}^n] \tag{12}$$

上式の右辺第一項はばねによって伝わる内力である。いっぽう、第二項は外力であるので、これをかみあい起振力とみなせる。かみあい起振力を軸直角値 $E_{p,q}$ で表すと、次式を得る。

$$E_{p,q} = \bar{W}_{p,q} \{\tilde{\phi}_{p,q} - \tilde{\kappa}_{p,q} (1 + \bar{\phi}_{p,q})\} + \tilde{W}_{p,q} \tag{13}$$

ただし

$$\phi_{p,q} = \sum_{j_{p,q}=1}^{n_{p,q}} k_{j_{p,q}} \min e_{j_{p,q}} / \bar{W}_{p,q} \tag{14}$$

$$\kappa_{p,q} = \tilde{k}_{p,q} / \bar{k}_{p,q} \tag{15}$$

式(13)より、遊星歯車装置の起振力は、歯面誤差や歯のばね定数の周期変動による起振力<sup>(3)(8)</sup>に静的分担荷重の変動を加えた量である。

4. 解析事例

本章では、かみあい位相差と歯面精度の影響について検討する。Table 1に歯車諸元を示す。この遊星歯車装置は120等配置であり、各遊星歯車間のかみあい位相差は120°である。Fig.4に遊星歯車と太陽歯車または遊星歯車と内歯車の合成歯面形状を示す。(a)は伝達誤差が最小となるように最適化した歯面、(b)は歯形方向に15μmの水口をもつ歯面である。以降、それぞれ正常歯車および不良歯車と呼

ぶことにする。また、太陽歯車のトルクは100Nmとしている。

4.1 かみあい位相差の影響

すべての遊星歯車が不良歯面をもつとして、120 のかみあい位相差をもつ場合 (Sequentially phased : 順次かみあい) と位相差を零とした場合 (In-phase : 同時かみあい) についてかみあい解析を行った。

Fig.5にかみあい1周期分の総合伝達誤差波形を示す。同時かみあいの場合にはかみあい伝達誤差の振幅は大きいですが、順次かみあいの場合には不良歯面であってもかみあい伝達誤差の振幅は非常に小さい。Fig.6に各遊星歯車と太陽歯車間のかみあい伝達誤差を示す。同時かみあいの場合には、各遊星歯車のかみあい伝達誤差の波形は同じであり、振幅は大きい。いっぽう順次かみあいの場合には、ある程度かみあい伝達誤差は変動しているが、振幅は小さい。また、各遊星歯車間で120 の位相差をもって変動している。

Fig.7に各遊星歯車の静的分担荷重を示す。同時かみあいの場合には、各遊星歯車の静的分担荷重は一定値である。これに対して順次かみあいの場合には、分担荷重は各遊星歯車間で120 の位相差をもって変動している。この結果、最大分担荷重は同時かみあいの場合の約1.06倍になる。Fig.8に遊星歯車#1と太陽歯車間に発生するかみあい起振力の成分構成を示す。歯面誤差と歯のばねの周期変動のみ考慮した場合には大きな起振力が発生している。これに上述の分担荷重の変動による起振力を重ね合わせると波形が打ち消され、振幅が非常に小さくなると同時にFig.6に示す伝達誤差に似た波形になる。このように遊星歯車の起振力の大きさには分担荷重の変動が大きく影響することがわかる。Fig.9には各遊星歯車と太陽歯車間のかみあい起振力を示す。同時かみあいの場合には、各遊星歯車のかみあ

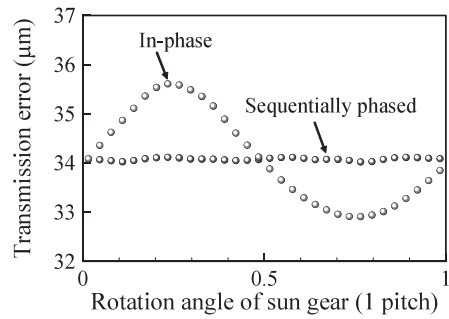


Fig.5 Total Transmission Error

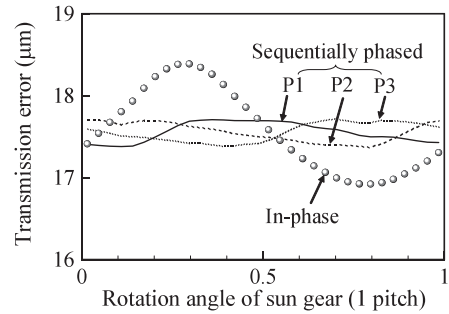


Fig.6 Individual Transmission Error (Sun-Planet)

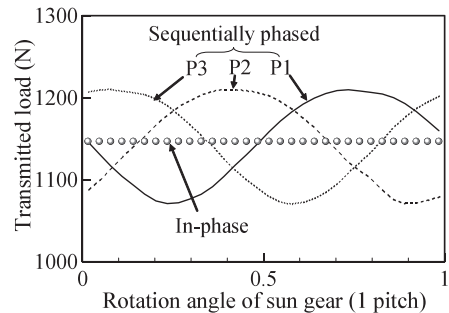


Fig.7 Shared Load

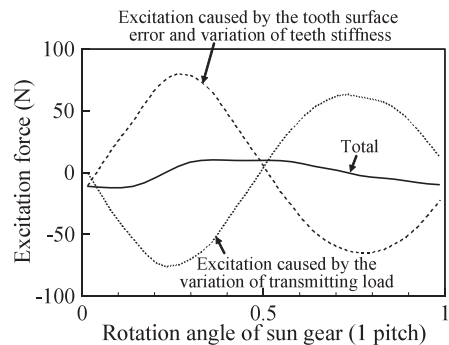


Fig.8 Component of Excitation Force

Table 1 Gear Data

Item	Sun	Planet	Ring
Module	1.17		
Number of teeth	49	20	89
Pressure angle	19°		
Helix angle	22°28'59"		
Direction of helix	LH	RH	RH
Face width (mm)	19	19	19

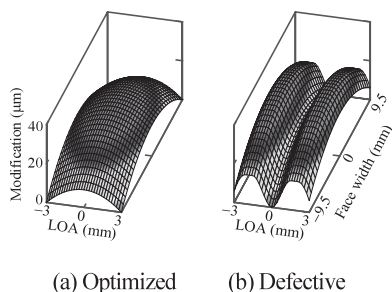


Fig.4 Flowchart of Numerical Procedure

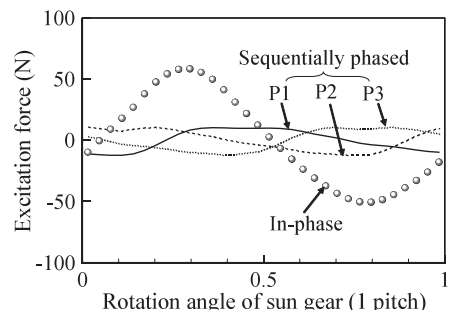


Fig.9 Individual Excitation Force

い起振力は同じであり、振幅は大きい。一方、順次かみあいの場合には、かみあい起振力の振幅は小さい。

以上を要約すると、各遊星歯車が均一な歯面誤差をもつ場合には、かみあい位相差設計によってかみあい伝達誤差および起振力は大幅に低減できるといえる。

4.2 歯面精度の影響

大量生産化では、種々の理由で歯面精度が大きく異なる遊星歯車が同じユニットに混入することが多い。このような場合でもかみあい位相差設計がかみあい伝達誤差や起振力の低減に効果があるか否かを確認する。このためにすべての遊星歯車が正常である場合を基準に、不良歯車を混入させた。その組合せをTable 2に示す。

Fig.10に同時かみあいと順次かみあいの場合のかみあい

Table 2 Combinations of Planet

○: Good Gear  
×: Defective Gear

Case	P1	P2	P3
None	○	○	○
P1	×	○	○
P1, P2	×	×	○
All	×	×	×

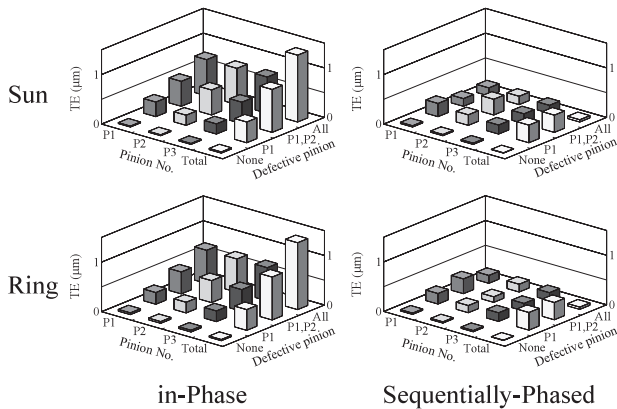


Fig.10 Influence of Tooth Surface Error on Transmission Error

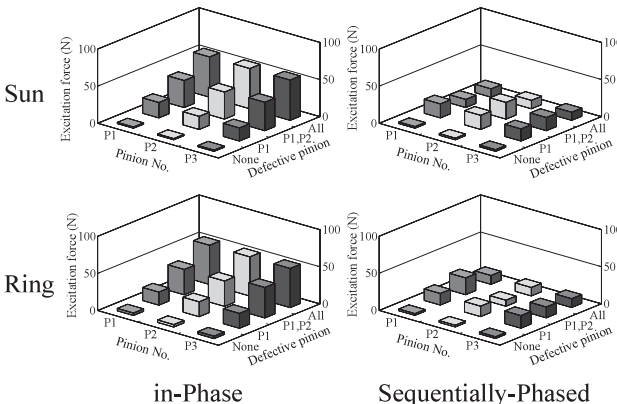


Fig.11 Influence of Tooth Surface Error on Excitation Force

伝達誤差の振幅を示す。同時かみあいの場合、総合かみあい伝達誤差は、不良歯車の数が増えるに伴って大きくなってゆく。この際に、個々の遊星歯車の伝達誤差は不良歯車だけが大きくなるのではなく、三つの遊星歯車の値が平均化されながら不良歯車の数が増えるに伴い大きくなっている。いっぽう順次かみあいの場合には、不良歯車が1個と2個の場合に同程度に伝達誤差が増加しているが、その絶対値は同時かみあいに比べるとかなり小さい。この際に、不良歯車の伝達誤差だけが大きくなるのではなく、全体的に平均化されるのは同時かみあいの場合と同じである。しかし、すべて不良歯車になると伝達誤差が逆に小さくなっており、これが同時かみあいの場合と大きく異なる点である。

Fig.11にかみあい起振力を示す。伝達誤差の場合とまったく同じ傾向が観察できる。

以上を要約すると、かみあい位相差設計のかみあい伝達誤差および起振力の低減効果は各遊星歯車が均一な歯面誤差をもつ場合に最も大きくなるが、各遊星歯車の歯面誤差が同じでない場合でもかみあい伝達誤差および起振力がかなり改善できるといえる。

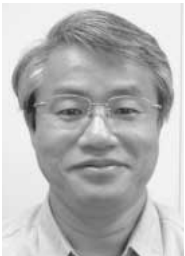
5. まとめ

本研究では、遊星歯車装置のかみあい伝達誤差の連成解析手法を開発し、かみあい位相差および歯面精度の影響解析を行った。この結果、かみあい位相差設計は同時かみあいに対し、かみあい伝達誤差および起振力が大幅に低減できることを示した。更に、この効果は各遊星歯車が均一な歯面誤差をもつ場合のみならず、各遊星歯車の歯面誤差が不均一な場合でも期待できることを示した。

参考文献

- (1) Umeyama, M., et al. : Transmission Error of a Helical Gear Pair with Modified Tooth Surfaces (1st and 2nd Report), Transaction of JSME, 62-603, C, p.4332-4348 (1996)
- (2) Yoshikawa, K., et al. : Measurement of Helical Gear Transmission Error and Improvement of Analytical Method, Transaction of JSME, 63-609, C, p.1775-1782 (1997)
- (3) Nishino, T. : Vibratory Response in Helical Gear System (1st Report, Analysis of Mesh Exciting Force), Transaction of JSME, 64-623, C, p.2688-2694 (1998)
- (4) Katoh, T., et al. : Loaded Transmission Error in a Planetary Gear System, Proc. MTP 91, p.110-116(1991)
- (5) Shirokoshi, N., et al. : Studies on Influences of Geometrical Errors to Final Performances in Small Backlash Planetary Gear, Transaction of JSME, 65-633, C, p.2014-2021 (1999)

- (6) Sundararajan, V. : Design System for Composite Transmission Error Prediction for Automatic Transmission, Proc. IDETC/CIE 2005, DETC2005-85487 ( 2005 )
- (7) Palmer, D. : Design Consideration of Planetary System for Transmission Error Prediction, Proc. ICMT2006, p.880-889 ( 2006 )
- (8) Kubo, A., et al. : On the Power Transmitting Characteristics of Helical Gears with Manufacturing and Alignment Errors ( 1st Report, Fundamental Consideration ) , Transaction of JSME, 43-371, p.2771-2783 ( 1977 )
- (9) Nishino, T. : Tooth Deflection of External and Internal Helical Gears, Transaction of JSME, 64-623, C, p.2702-2710 ( 1998 )

**著 者****西野隆之**